

LA LETTRE ACTUARIAT ET FINANCE

MODÉLISATION DU CAPITAL ÉCONOMIQUE NON-VIE SOUS SOLVABILITÉ II

2^e SEMESTRE 2013

À l'heure où les réflexions sur le second pilier de la réforme prudentielle Solvabilité II, et notamment sur sa composante ORSA, cf. *Lettre Actuariat & Finance* du 1^{er} semestre 2012, monopolisent les débats, le calcul du capital économique peut apparaître comme un sujet maîtrisé. La forte participation à la dernière étude quantitative d'impact, réalisée fin 2010, mettait déjà en évidence la forte appropriation du pilier 1 par les organismes assureurs. Près de 90 % des participants avaient alors opté pour la formule standard tout en exprimant une volonté de personnalisation afin de mieux appréhender les particularités de leur profil de risques.

À cette fin, Solvabilité II permet l'introduction de paramètres spécifiques à l'entité, *Undertaking Specific Parameters* ou *USP*, dans le cadre de la formule standard voire l'utilisation d'un modèle interne, total ou partiel selon le degré de complexité des risques mesurés. Une part non négligeable des entités a ainsi exprimé son intention d'approfondir les travaux du pilier 1 sur la base de ces approches à la technicité accrue. La problématique de calcul du capital économique présente donc une réelle profondeur et constitue à ce titre un sujet de réflexion constant pour l'ensemble des organismes assurantiels.

Dans cet esprit, nous vous proposons d'analyser différentes approches de l'évaluation du capital au sein de ce document, selon le schéma suivant :

- > formule et paramètres standards ;
- > formule standard intégrant les *USP* ;
- > modèle interne partiel.

Cette analyse portera sur le risque "Primes & Réserves" d'un portefeuille Responsabilité Civile. L'étude d'autres risques potentiellement importants sur des portefeuilles de ce type - risque Catastrophe en particulier - n'est pas envisagée dans la présente étude. En raison du caractère long de son développement, l'analyse d'un portefeuille Responsabilité Civile permettra de marquer les différences entre l'approche standard, *USP* et interne.

Ce risque de "Primes & Réserves" s'affiche comme le 1^{er} contributeur au capital réglementaire dans un référentiel Solvabilité II, représentant en moyenne 35 % du *Basic Solvency Capital Requirement*, d'une entité IARD¹.

Après un bref rappel sur le risque "Primes & Réserves" dans le cadre de la formule standard, les problématiques propres aux *USP* seront abordées avec un focus particulier sur le processus d'approbation à suivre avec l'ACP². Une approche de type modèle interne sera ensuite mise en œuvre sur ce risque en s'inspirant notamment de la modélisation du risque technique proposée par le *Swiss Solvency Test*.

Tristan Palerm
Directeur métier Actuariat conseil

Dossier réalisé par Yossy Bohbot, Benjamin Martin,
Pierre-Antoine Merle, Matthias Pillaudin et Julie Rabhi,
actuaire consultants membres de l'Institut des Actuaire.

Sommaire

La formule standard :
**les limites de l'utilisation d'un profil
de risque moyen** 2

La formule standard avec *USP* :
une approche intermédiaire à ne pas négliger 3

Le modèle interne :
**vers une complexification des
modèles actuariels** 6

Conclusion 11

¹ EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study, QISS, for Solvency II

² ACP : Autorité de Contrôle Prudentiel



La formule standard : les limites de l'utilisation d'un profil de risque moyen

L'analyse du profil de risque d'une entité IARD met en évidence une forte sensibilité aux risques techniques que constituent la tarification et le provisionnement. Le risque de primes résulte des déviations potentiellement défavorables dans la liquidation, la fréquence et la sévérité des sinistres survenant après la date de calcul du capital économique. On parle également de risque de sous-tarification. Le risque de réserves correspond quant à lui au risque de déviation du coût des sinistres survenus avant la date de calcul du capital économique, par rapport à celui estimé dans le cadre des réserves. On parle également de risque de sous-provisionnement. La charge de capital au titre du risque de "Primes & Réserves" s'exprime dans le cadre de la formule standard³ sous la forme :

$$SCR = V \times 3\sigma$$

La mesure de volume V est déterminée à partir du volume de primes et de réserves propres à l'entité :

- le volume de primes, V_{prem} , est déterminé à partir du montant de primes acquises ;
- le volume de réserves, V_{res} , correspond à la valeur Best Estimate des réserves.

Ce volume est calculé en deux étapes : par ligne de business *LoB* tout d'abord, puis sur l'ensemble du portefeuille afin de prendre en compte les effets de diversification géographique *inter-LoB*.

La déviation σ est déterminée, en deux étapes successives, selon l'approche suivante :

- Agrégation des écarts-types de primes et de réserves, σ_{prem} et σ_{res} , pour chaque ligne de business sous l'hypothèse d'un coefficient de corrélation linéaire de 0,5. Ces écarts-types sont des paramètres de la formule standard.
- Agrégation des écarts-types de chaque ligne de business en utilisant la matrice de corrélation fournie dans les spécifications techniques de la formule standard.

Cette approche présente l'avantage de la simplicité mais repose sur le calcul approché d'un quantile impliquant plusieurs hypothèses fortes :

- log-normalité de la distribution des pertes ;
- dépendance linéaire des risques de primes et de réserves ;
- unicité des paramètres de déviation par *LoB*.

Cette approche standard a été calibrée pour représenter le profil de risque moyen des assureurs du marché, à partir d'un volume de données somme toute limité. Elle se révélera donc peu adéquate pour de nombreux assureurs, qui auront vocation à évaluer de manière plus spécifique leur propre profil de risque.

Calcul du SCR avec la formule standard

Le portefeuille retenu regroupe des garanties de type Responsabilité Civile, RC, s'inscrivant dans la ligne de business "*General Liability Insurance*" dans le cadre de la segmentation Solvabilité II.

L'évaluation du capital réglementaire, SCR, au titre de ce portefeuille est réalisée sur la base des hypothèses suivantes :

- polices souscrites annuellement au 1^{er} janvier ;
- pas de dispositif de réassurance.

Formule standard	
V_{prem}	100 M€
V_{res}	200 M€
σ_{prem}	14 %
σ_{res}	11 %
SCR	94 M€

Source : Optimind Winter

La formule standard avec USP : une approche intermédiaire à ne pas négliger

Conformément à l'article 104(7) de la directive cadre Solvabilité II 2009/139/EC, et sous réserve d'approbation par l'ACP, les organismes d'assurance peuvent intégrer des paramètres spécifiques à leur profil de risque, appelés *Undertaking Specific Parameters, USP*, dans le calcul de leur capital réglementaire.

Cette approche, s'inscrivant nécessairement dans le cadre fonctionnel de la formule standard, permet aux organismes assureurs d'adopter un calibrage mieux ajusté aux risques réels auxquels ils font face sans pour autant être soumis aux coûts importants inhérents à la réalisation d'un modèle interne.

L'utilisation de paramètres spécifiques, dans le cadre de l'évaluation du capital réglementaire, doit néanmoins répondre aux contraintes suivantes :

- Les données utilisées doivent respecter les mêmes contraintes que celles employées pour le calcul des provisions techniques, à savoir être complètes, fiables et cohérentes. Ces données peuvent être internes, externes ou une combinaison des deux.
- L'estimation doit intégrer un facteur de crédibilité dépendant de la profondeur d'historique disponible, de la ligne d'activité et du type de données utilisées. Le paramètre final sera ainsi une combinaison linéaire du paramètre spécifique et du paramètre standard.
- La méthode de calcul retenue doit être basée sur une approche standard reconnue par le marché. De plus, les organismes assureurs doivent appliquer plusieurs méthodes et justifier leur choix final.
- La mise en œuvre des calculs doit s'inscrire dans le cadre d'un processus d'approbation par l'ACP, voir **encadré n°1**. En particulier, les organismes assureurs doivent justifier la non-représentativité des paramètres de la formule standard par rapport à leur profil de risque et la robustesse des résultats issus du calibrage interne.

La prise en compte de paramètres spécifiques dans le calcul du capital réglementaire doit permettre une meilleure adéquation entre le risque supporté par l'organisme assureur et le besoin de fonds propres associé. En cohérence avec l'approche orientée risques associée au cadre prudentiel Solvabilité II, les organismes assureurs sont incités à évaluer l'opportunité d'appliquer des *USP* au sein de la formule standard. La détermination de paramètres spécifiques doit en particulier être envisagée par les organismes assureurs évoluant sur un marché de niche et présentant un profil de risque atypique.

Dans le cas particulier du module de risque "Primes & Réserves", un organisme assureur a la possibilité de recalibrer les paramètres de volatilité des volumes sous risque. Des méthodes standards sont ainsi proposées par l'EIOPA⁴ pour le calibrage des écarts-types du volume de primes et du volume de réserves. ➤

/// Cette approche, [...], permet aux organismes assureurs d'adopter un calibrage mieux ajusté aux risques réels auxquels ils font face sans pour autant être soumis aux coûts importants inhérents à la réalisation d'un modèle interne. **///**



Calibrage de l'écart-type du volume de primes

Dans l'optique de calibrer l'écart-type du volume de primes utilisé pour l'évaluation du capital réglementaire du module de risque "Primes & Réserves", l'EIOPA propose plusieurs méthodes standards suivantes :

- **Méthode 1** : spécification d'un modèle paramétrique pour la distribution des sinistres et résolution par la méthode des moindres carrés ordinaires, MCO.
- **Méthode 2** : spécification d'un modèle paramétrique pour la distribution des sinistres et résolution par maximum de vraisemblance, MV.
- **Méthode 3** : utilisation de l'approche retenue dans le *Swiss Solvency Test, SST*, basée sur une analyse paramétrique coût-fréquence.

Les résultats obtenus sur le portefeuille d'application sont décrits dans le tableau ci-contre :

Résultats obtenus sur le portefeuille d'application		Interprétations
Formule standard	14 %	
USP - Méthode 1	9 %	La similarité des résultats indique que les estimateurs MV et MCO sont convergents, ce qui traduit une régularité significative dans les données utilisées.
USP - Méthode 2		
USP - Méthode 3	10 %	Ce montant plus important que dans les précédentes méthodes se justifie par la disparité des montants de sinistres individuels.

Source : Optimind Winter

L'application des méthodes de calcul d'*USP* permet d'obtenir un calibrage significativement inférieur à celui de la formule standard. Bien entendu, il n'est pas possible de généraliser cette conclusion, chaque entreprise travaillant sur un portefeuille spécifique. Toutefois, il est logique d'espérer que le calibrage retenu dans la formule standard, destiné à s'appliquer avec prudence au plus grand nombre d'entités, sera avantageusement remplacé par le recours aux *USP* dans la plupart des cas.

Calibrage de l'écart-type du volume de réserves

Afin d'évaluer l'*USP* relatif à l'écart-type du volume de réserves utilisé pour l'évaluation du capital réglementaire du module de risque "Primes & Réserves", l'EIOPA propose les méthodes standards suivantes :

- **Méthode 1** : spécification d'un modèle paramétrique pour les boni-mali historiques et résolution par la méthode des moindres carrés ordinaires - MCO.
- **Méthode 2** : modèle de Merz-Wüthrich⁵ avec évaluation du *Best Estimate* à partir d'une méthode quelconque.
- **Méthode 3** : modèle de Merz-Wüthrich avec évaluation du *Best Estimate* à partir de la méthode *Chain-Ladder*.

Les résultats obtenus sur le portefeuille d'application sont décrits dans le tableau ci-contre :

Résultats obtenus sur le portefeuille d'application		Interprétations
Formule standard	11 %	
USP - Méthode 1	10 %	La méthode 1 présente des résultats plus élevés car la distribution des boni/mali sur les années comptables les plus anciennes présente une irrégularité importante en raison d'un nombre d'observations trop faible.
USP - Méthode 2	8 %	
USP - Méthode 3		

Source : Optimind Winter

L'application des méthodes standards proposées par l'EIOPA pour le calibrage de l'écart-type du volume de réserves donne des résultats inférieurs à ceux de la formule standard. Ce constat confirme la prudence de l'approche standard.

5

Les travaux de M.Merz et M.Wüthrich apportent une formulation mathématique de l'erreur de prédiction à un an des boni/mali de liquidation. Cohérente avec l'approche à l'ultime de Mack, cette approche analytique permet de caractériser la distribution à un an des réserves et donc des pertes éventuelles sur l'année à venir.



Calcul du SCR à partir des USP

L'évaluation du capital réglementaire, SCR, au titre du portefeuille RC est réalisée sur la base des hypothèses et paramètres suivants :

- > polices souscrites annuellement au 1^{er} janvier ;
- > pas de dispositif de réassurance ;
- > paramètres *USP* les plus conservateurs - méthode 3 pour l'écart-type du volume de primes et méthode 1 pour celui du volume de réserves.

	Formule standard	Formule standard avec USP	
V_{prem}	100 M€	100 M€	
V_{res}	200 M€	200 M€	
σ_{prem}	14 %	10 %	
σ_{res}	11 %	10 %	
SCR	94 M€	65 M€	Écart
			-31 %

Source : Optimind Winter

D'une part, ce résultat indique que les données utilisées sont plus stables et régulières que celles employées pour le calibrage de la formule standard. D'autre part, ce résultat met en évidence une prudence excessive du paramétrage de la formule standard, ce qui correspond à une marge de prudence prise par le régulateur afin d'éviter tout risque de sous-estimation du capital réglementaire.

Ainsi, un organisme assureur bénéficiera nécessairement de l'approche *USP* s'il dispose d'un historique fiable de données, que ce soit au niveau quantitatif, baisse du SCR, ou bien qualitatif, modélisation plus réaliste du risque. Cependant, l'utilisation de l'approche *USP* pour le calcul du SCR, à l'instar du processus d'approbation d'un modèle interne, doit nécessairement être validée par l'ACP et donc s'inscrire dans un processus d'échange.

Encadré n°1

Contraintes sur les données et les méthodes relatives au processus d'approbation des *USP* par l'ACP

Contraintes sur les données

- > Démontrer que les données sont complètes, fiables et cohérentes
- > Justifier que les données internes et/ou externes sont représentatives du profil de risque de l'entreprise sur les 12 prochains mois
- > Démontrer que les données externes sont représentatives du risque sous-jacent et ne mènent pas à la prise en compte implicite d'un effet d'atténuation des risques
- > Documenter les retraitements effectués sur les données
- > Prouver que les données sont cohérentes avec la méthode de calcul retenue

Contraintes sur les méthodes

- > Justifier que les paramètres spécifiques calculés sont plus représentatifs du profil de risque que les paramètres standards
- > Documenter les réflexions méthodologiques menées et le choix retenu
- > Construire un rapport de modélisation et documenter la méthode retenue
- > Démontrer la cohérence des résultats via des tests statistiques et des analyses de sensibilité. Si cela n'est pas possible, l'entreprise devra adopter l'approche la plus conservatrice

Informar l'ACP de la démarche de calibrage de paramètres spécifiques et envoi des documents justificatifs (documents et résultats).

Phase d'échanges avec l'ACP comprenant d'éventuelles modifications et ajouts.

Approbation de l'ACP. Retour possible aux paramètres de la formule standard en cas de non-respect des contraintes sur les données ou les méthodes.



Le modèle interne : vers une complexification des modèles actuariels

La Directive Solvabilité II autorise le recours à un modèle interne partiel s'inscrivant dans la structure de la formule standard. Cette méthode constitue une solution intermédiaire entre la formule standard avec prise en compte de paramètres spécifiques à l'entité et un modèle interne total. Ce type d'approche est néanmoins conditionné au respect de trois critères principaux :

- le caractère limité du périmètre d'application du modèle doit être justifié ;
- le modèle doit permettre une meilleure prise en compte du profil de risque de l'entité ;
- le modèle doit respecter les principes de la Directive afin de s'intégrer parfaitement dans la formule standard.

L'objectif pratique d'une approche modèle interne consiste à déterminer la distribution globale des risques de pertes à horizon un an afin de mesurer le quantile à 99,5 % qui constituera la charge de capital au titre du sous-module "Primes & Réserves". Cette approche peut se décomposer en trois étapes méthodologiques visant à définir et calibrer les éléments suivants :

- distribution des pertes à un an relatives au risque de primes ;
- distribution des pertes à un an relatives au risque de réserves ;
- structure de dépendance des risques de primes et de réserves.

La démarche décrite ci-après vise à dérouler cette approche afin d'analyser les impacts sur la charge de capital des spécificités méthodologiques introduites par un modèle interne partiel sur le risque de "Primes & Réserves".



Distribution des pertes relatives au risque de primes

Les polices du portefeuille RC sont supposées être souscrites annuellement au 01/01/N. Le risque de primes concerne donc l'ensemble des renouvellements de polices en stock ainsi que les nouvelles souscriptions. Les pertes à 1 an au titre du risque de primes, évaluées au 31/12/N, s'expriment sous la forme suivante si l'on considère les primes et les cadences de règlement de façon déterministe :

$$Pertes_{primes} = U_{N+1}^{N+1} \times Coeff_actu_{N+1} - Primes_{N+1} \times (1 - Tx_{Frais})$$

Avec :

- $Primes_{N+1}$ le volume de primes acquises au titre de l'exercice N+1 ;
- Tx_{Frais} le taux de frais d'acquisition et de frais de gestion non directement rattachables à un sinistre.

La charge ultime de sinistres au titre de la survenance N+1 évaluée au 31/12/N+1, notée U_{N+1}^{N+1} , constitue l'unique variable à modéliser dans le cadre du modèle de risque de primes.

Les garanties RC se caractérisent en général par une forte dispersion du coût individuel des sinistres générant par là même une importante volatilité de la charge ultime. Appréhender cette spécificité constitue la problématique principale dans le cadre du modèle de risque de primes appliqué sur le portefeuille RC. L'approche retenue reprend le modèle développé dans le cadre du *Swiss Solvency Test* qui préconise une méthodologie différenciée selon la population de sinistres :

- les sinistres de faible intensité "Hors Graves" : la charge globale annuelle est directement simulée à partir du taux de sinistralité "Loss Ratio" et des primes acquises sans hypothèse explicite sur la distribution des sinistres individuels ;
- les sinistres de forte intensité "Graves" : la charge globale annuelle est simulée via une loi composée impliquant une hypothèse explicite sur les processus de comptage et de sévérité.



L'analyse de la sinistralité historique confirme la pertinence de cette approche dans le cas du portefeuille RC qui présente les caractéristiques suivantes :

- une charge annuelle "Hors Graves" fortement corrélée au volume de primes et qui correspond à une sinistralité "attritionnelle" ;
- une charge annuelle "Graves" indépendante du volume de primes et qui génère un fort aléa sur la charge totale de sinistres.

La charge ultime de sinistres à horizon d'un an s'exprime ainsi sous la forme :

$$Ultime_{N+1} = LR_{HG} \times Primes_{N+1} + \sum_{i=1}^{n_G} S_i$$

Avec :

- LR_{HG} le *Loss Ratio* associé aux sinistres de faible intensité "Hors Graves". Par hypothèse, cette variable aléatoire suit une loi log-normale ;
- n_G le nombre de sinistres de forte intensité "Graves". Par hypothèse, cette variable aléatoire suit une loi de Poisson ;
- S_i la charge globale annuelle associée au sinistre de forte intensité i . Par hypothèse, cette variable aléatoire suit une loi de Pareto.

Le paramètre $Seuil_{gravité}$ différenciant les sinistres de faible intensité des sinistres de forte intensité, présente un caractère stratégique dans la mise en œuvre du modèle :

- le seuil de gravité constitue en effet un "primo paramètre" dont découle directement l'ensemble des paramètres de distribution du modèle ;
- son estimation conditionne par ailleurs la qualité de l'adéquation du modèle au portefeuille d'application.

Le processus d'estimation du seuil de gravité vise ainsi à maximiser les *p-value* des tests d'ajustement sur les trois hypothèses de distribution du modèle. Cette approche s'avère parfaitement discriminante en affichant une solution optimale à 250 K€ sur chacun des trois tests d'ajustement.

Le tableau ci-dessous présente le calibrage retenu dans le cadre de la mise en œuvre du modèle de risque de primes sur le portefeuille RC.

Variable	Type	Distribution <i>p-value</i>	Test ajustement <i>p-value</i>	Valeur
Primes	déterministe			100 M€
Taux de frais	déterministe			35 %
$Ultime_{Hors\ Graves}$	aléatoire	log-normale	Shapiro (50 %)	$\mu = 18$ $\sigma = 6 \%$
$Ultime_{Graves}$	aléatoire	Poisson	χ^2 (70 %)	$\lambda = 20$
		Pareto	Kolmogorov-Smirnov (65 %)	$Seuil_{gravité} = 250\text{ K€}$ $\alpha = 1,2$

Source : Optimind Winter

À titre de rappel, la formule standard repose sur une hypothèse de log-normalité du risque de primes. Un test de Shapiro au titre de cette hypothèse affiche une *p-value* de 20 %. Cette valeur apparaît en net retrait par rapport à celles obtenues dans le cadre des tests d'ajustement du modèle. Une comparaison directe entre les *p-values* des deux approches ne peut être considérée comme concluante d'un point de vue purement statistique. Néanmoins, une approche pragmatique à partir du risque de première espèce laisse à penser que la modélisation retenue est plus adaptée que la log-normalité de la formule standard.



Distribution des pertes relatives au risque de réserves

Les pertes à un an au titre du risque de réserves, évaluées au 31/12/N, s'expriment sous la forme suivante :

$$Pertes_{réserves} = BE_0 - Prest_1 - BE_1$$

Avec :

- BE_0 le Best Estimate des réserves au 31/12/N. Cette valeur est déterminée à partir d'un *Chain-Ladder* standard appliqué au triangle de liquidation des réserves au 31/12/N ;
- $Prest_1$ les prestations payées au cours de l'année N+1. Cette variable est aléatoire ;
- BE_1 le Best Estimate des réserves au 31/12/N+1. Cette valeur est déterminée à partir d'un *Chain-Ladder* standard appliqué au triangle de liquidation des réserves au 31/12/N+1. Par construction, la dernière diagonale de ce triangle n'étant pas connue au 31/12/N, cette variable est donc aléatoire.

La détermination de la distribution des pertes à un an au titre du risque de réserves nécessite de caractériser les prestations payées au cours de l'année N+1. Nous retenons pour cela une approche simulateur basée sur un *bootstrap* récursif. Cette méthode permet par ailleurs de valider empiriquement les résultats théoriques du modèle de Merz-Wüthrich évoqués dans le chapitre précédent sur les *USP*.

Encadré n°2

Bootstrap récursif à un an

ÉTAPE 1

Estimation des paramètres de Mack sur D_0 et du Best Estimate en t=0

- Obtention du triangle supérieur des facteurs de développement individuels F_0

	Année de développement j				
Exercice	1	2	...		N
1					
2					
...					
N					

D_0

	Année de développement j				
Exercice	1	2	...		N
1					
2					
...					
N					

F_0

ÉTAPE 2

Ré-échantillonnage du triangle supérieur par tirage avec remise des résidus ajustés des facteurs de développement individuels

- Obtention du triangle supérieur des pseudo-facteurs individuels $F_0^{(b)}$

	Année de développement j				
Exercice	1	2	...		N
1					
2					
...					
N					

$F_0^{(1)}$

...

	Année de développement j				
Exercice	1	2	...		N
1					
2					
...					
N					

$F_0^{(b)}$

...

	Année de développement j				
Exercice	1	2	...		N
1					
2					
...					
N					

$F_0^{(N)}$

ÉTAPE 3

Calcul des pseudo-facteurs *Chain-Ladder* sur chaque triangle bootstrappé

Facteurs Chain-Ladder				

ÉTAPE 4

Simulation des prestations en t=1 sous l'hypothèse de normalité

	Année de développement j				
Exercice	1	2	...		N
1					
2					
...					
N					

ÉTAPE 5

Estimation des facteurs *Chain-Ladder* sur le pseudo-trapèze

Facteurs Chain-Ladder				

ÉTAPE 6

Calcul des prestations futures espérées et détermination du Best Estimate en t=1

	Année de développement j				
Exercice	1	2	...		N
1					
2					
...					
N					

$Prest_1^{(b)}$

$$Pertes_{réserves}^{(b)} = BE_0 - Prest_1^{(b)} - BE_1^{(b)}$$

$BE_1^{(b)}$

ERREUR ESTIMATION

ERREUR PROCESSUS

ERREUR ESTIMATION

Agrégation des risques

L'obtention de la distribution du risque global de "Primes & Réserves" requiert au préalable d'identifier et de paramétrer la structure de dépendance entre le risque de primes et le risque de réserves. Cette étape se heurte à une problématique majeure de disponibilité des données. Les réalisations historiques des variables $Pertes_{primes}$ et $Pertes_{réserves}$ constituent en effet un échantillon beaucoup trop faible pour assurer la fiabilité d'une telle opération. L'approche retenue consiste donc à générer des "pseudo-portefeuilles" par ré-échantillonnage selon le procédé suivant :

- tirage avec remise sur les données ligne à ligne d'un échantillon de taille 1/5 du portefeuille initial ;
- agrégation de l'échantillon sous forme de triangles de primes, de prestations et de charge ;
- estimation des réalisations "pseudo-historiques" des variables $Pertes_{primes}$ et $Pertes_{réserves}$ sur les trois derniers exercices uniquement pour des raisons de fiabilité.

Le tirage d'un échantillon de faible taille permet d'effacer l'effet volume et de générer ainsi des situations fortement défavorables permettant d'observer la dépendance entre risque de primes et risque de réserves dans ces cas extrêmes. L'analyse de la copule empirique met en évidence une certaine symétrie de la structure ainsi qu'une faible dépendance de queue. Ces deux observations conduisent à retenir l'hypothèse d'une copule gaussienne pour la structure de dépendance entre risque de primes et risque de réserve. La copule gaussienne est cohérente avec la mesure de dépendance par le coefficient de corrélation linéaire qui correspond à la mesure retenue dans le cadre de la formule standard.

■ Au-delà des aspects purement quantitatifs, l'approche « modèle interne partiel » présente de fortes contraintes opérationnelles en termes de développement, de mise en œuvre et de suivi. ■

Calcul du SCR avec le modèle interne partiel

Les risques de primes et de réserves présentent une corrélation positive avec un coefficient de Pearson s'affichant à 35 %. Cet élément apparaît cohérent avec la méthode de provisionnement appliquée, *Chain Ladder* standard, puisqu'une perte sur le risque de réserves génère dans une certaine mesure une perte sur le risque de primes via l'impact des coefficients de passage *Chain Ladder* de la dernière diagonale. Les résultats obtenus sur le portefeuille d'application RC, sont présentés dans le tableau suivant :

	Coefficient de corrélation linéaire (Pearson)	SCR
Formule standard	50 %	94 M€
Formule standard avec USP	50 %	65 M€
Modèle interne partiel ($\rho=0,5$)	50 %	43 M€
Modèle interne partiel ($\rho=0,35$)	35 %	40 M€

Source : Optimind Winter

L'impact du modèle interne partiel dans le cadre de l'agrégation des risques de primes et de réserves se limite à une ré-estimation du coefficient de corrélation par rapport à la formule standard. Cette opération se traduit par une minoration de 3 M€ de la charge de capital.

La démarche "modèle interne partiel" affiche *in fine* une charge de capital au titre du risque de "Primes & Réserves" en retrait de 38 % par rapport à l'approche "formule standard & USP". Cet écart de 25 M€ demande néanmoins à être nuancé, la prise en compte de références de marché dans le calcul des USP explique en effet 15 M€ de ce montant. Or, la majoration générée par cette référence externe décroît chaque année via l'impact du facteur de crédibilité. Dans ce contexte, la charge de capital évaluée selon une approche "formule standard & USP" converge vers 50 M€ à partir de 15 années d'historique disponible, les deux approches affichant dès lors un écart d'environ 20 %. Au-delà de ces aspects purement quantitatifs, l'approche "modèle interne partiel" présente de fortes contraintes opérationnelles en termes de développement, de mise en œuvre et de suivi. Ces éléments ne doivent pas être négligés et doivent prendre place dans toute réflexion sur l'approche à retenir dans le cadre du risque de "Primes & Réserves".



Conclusion

L'introduction de paramètres spécifiques, ou *USP*, dans la formule standard ou bien le recours à un modèle interne, partiel ou total, permettent de mieux appréhender le profil de risques de l'entité mais introduisent en contrepartie un coût opérationnel important en termes de données et de modélisation. Le choix d'une de ces approches ne doit pas reposer sur une analyse opportuniste de la charge de capital mais être motivé par des critères objectifs dont le reflet fidèle des risques portés par l'entité constitue la pierre angulaire. L'intérêt de chaque approche demande également à être analysé par rapport au processus d'agrément par l'autorité de contrôle qui sera d'autant plus exigeant que la méthodologie retenue s'éloigne de la formule standard.

Les travaux présentés sur le risque de "Primes & Réserves" d'un portefeuille Responsabilité Civile mettent en évidence des impacts sensibles sur la charge de capital selon l'approche considérée. Ces écarts

reflètent les rigidités d'une formule standard et d'un paramétrage trop génériques pour s'adapter au profil de risque du portefeuille. L'exemple retenu constitue pourtant un cas pratique relativement "classique", sans effet asymétrique de type réassurance non proportionnelle qui soulignerait encore davantage les limites de l'approche standard.

L'analyse des trois approches considérées dans le cadre des travaux laisse à penser que la méthodologie "formule standard & USP" constituerait un compromis adapté, permettant de prendre en compte jusqu'à un certain point les spécificités de l'entité en termes de risques, tout en affichant un coût de mise en place relativement acceptable. L'intérêt d'une telle approche se révèle néanmoins fortement conditionné par les aspects "données", notamment en termes de profondeur d'historique, qui constitue un préalable à toute tentative d'approche "hors formule standard".



Qui sommes-nous ?

Leader de l'actuariat conseil et de la gestion des risques en France, Optimind Winter constitue l'interlocuteur de référence pour les assureurs, mutuelles, administrations, banques et grandes entreprises qui souhaitent un partenaire métier de haut niveau les accompagnant dans leurs projets stratégiques. Éthique, déontologie, expertise, méthode, pragmatisme et investissement sont les valeurs clefs qui animent nos 180 collaborateurs, consultants experts pour la plupart, dont plus de 70 actuaires diplômés membres de l'Institut des Actuaires. Nos clients bénéficient ainsi des plus hautes expertises en gestion du risque associées à la qualité d'une signature de référence d'un des leaders européens en gestion des risques. Notre indépendance, garantie par un capital détenu uniquement par nos salariés et dirigeants, offre à nos clients la perspective d'une collaboration pérenne et engagée.

Optimind Winter vous apporte son expertise sur les métiers suivants :

- Actuariat Conseil
- Protection Sociale
- Risk Management
- Projets & Maîtrise d'Ouvrage

Votre contact :

Matthias Pillaudin, actuaire manager
matthias.pillaudin@optimindwinter.com

Pour plus d'informations :

www.optimindwinter.com

optimind winter...

LOCAL **OPTIMIZATION** EUROPEAN **MINDED**

